# فصل اول

اعداد مبنا در سیستم های دیجیتال

# نمایش داده ها در کامپیوتر

کوچکترین واحد اطلاعات در کامپیوتر بیت (bit) می‌باشد.

یک بیت می‌تواند صفر یا یک باشد

$$B = \{0, 1\}$$

با یک فلیپ فلاپ می‌توان یک بیت اطلاعات را نگهداری کرد

به هشت بیت اطلاعات یک بایت (byte) می‌گویند

01000001

معمولا ظرفیت حافظه یک کامپیوتر یا یک دیسک بر حسب بایت بیان می‌شود

برای راحتی از نمادهای زیر استفاده می‌شود:

کیلو = 1024 = حدود هزار

مگا = 1024 x 1024 = حدود یک میلیون

گیگا = 1024 x 1024 x 1024 = حدود یک میلیارد

ترا = 1024 x 1024 x 1024 x 1024 = حدود یک هزار میلیارد

# سیستم اعداد

- نمایش اعداد در مبنای ۱۰

ارزش هر عدد در مبنای ۱۰ با ضرب هر رقم در ارزش مکانی آن رقم بدست می‌آید

مثال:

$$724.5 = 7 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 4 \times 10^0 + 5 \times 10^{-1}$$

- در کامپیوتر معمولا از مبنای ۲ (دودوئی یا باینری) استفاده می‌شود

ارزش هر عدد در مبنای ۲ نیز با ضرب هر رقم در ارزش مکانی آن رقم بدست می‌آید

مثال:

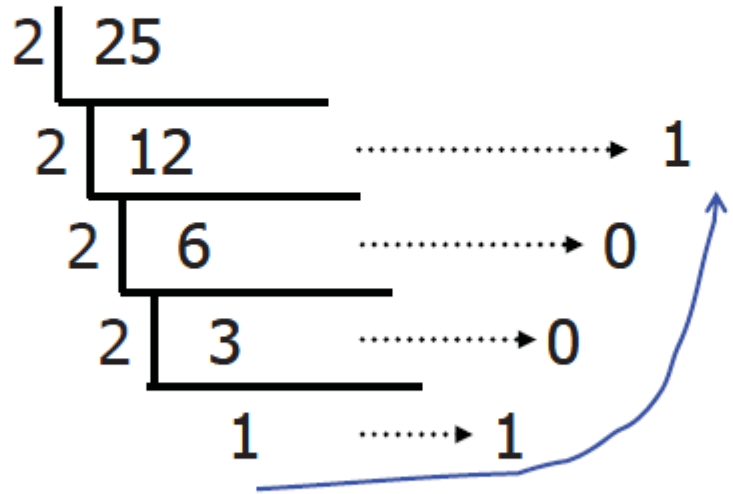
$$101101 = 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0$$

بنابراین: $(101101)_2 = (45)_{10}$

# تبدیل از مبنای ۱۰ به مبنای ۲

- برای تبدیل یک عدد از مبنای ۱۰ به مبنای ۲ از تقسیم متوالی استفاده می‌کنیم

مثال:




بنابراین: $(11001)_2 = (25)_{10}$

# مبنای ۸ و ۱۶

در اکثر موارد به جای اعداد مبنای ۲ از مبنای ۱۶(هگزا دسیمال)
و به ندرت از مبنای ۸ استفاده می‌شود

تبدیل اعداد از مبنای ۲ به مبنای ۸ یا ۱۶ (و برعکس آن) به سادگی انجام می‌شود
ولی خواندن و نوشتن اعداد مبنای ۸ یا ۱۶ ساده تر از اعداد مبنای ۲ است

# مبنای ۸ و مبنای ۱۶

- مبنای ۱۶ یا هگزا دسیمال

در اکثر موارد به جای اعداد مبنای ۲ از مبنای ۱۶ و به ندرت از مبنای ۸ استفاده می‌شود

| مبنای ۲ | مبنای ۸ | مبنای ۱۶ | مبنای ۲ | مبنای ۱۶ |
|---|---|---|---|---|
| 0000 | 0 | 0 | 1000 | 8 |
| 0001 | 1 | 1 | 1001 | 9 |
| 0010 | 2 | 2 | 1010 | a |
| 0011 | 3 | 3 | 1011 | b |
| 0100 | 4 | 4 | 1100 | c |
| 0101 | 5 | 5 | 1101 | d |
| 0110 | 6 | 6 | 1110 | e |
| 0111 | 7 | 7 | 1111 | f |

# نمایش اعداد اعشاری

برای نمایش اعداد اعشاری دو روش ممیز ثابت و ممیز شناور وجود دارد

در روش ممیز ثابت قسمت صحیح و اعشاری بصورت جداگانه نمایش داده می‌شوند

مثال : عدد ۶۸۷۵ / ۴۱ را به مبنای ۲ تبدیل کنید.

ابتدا قسمت صحیح را با تقسیمات متوالی به مبنای ۲ تبدیل می کنیم:

۴۱

۲۰ : ۱

۱۰ : ۰

۵ : ۰

۲ : ۱

۱ : ۰

۰ : ۱

$$(41)_{10} = (101001)_2$$

# نمایش اعداد اعشاری (ادامه)

سپس قسمت اعشاری را با ضرب متوالی به مبنای ۲تبدیل می کنیم

$$0.6875 * 2 = 1.3750$$

$$0.375 * 2 = 0.750$$

$$0.75 * 2 = 1.5$$

$$0.5 * 2 = 1.0$$

$$(0.6875)_{10} = (0.1011)_{2}$$

پس در نهایت عدد 41.6875 در مبنای ۱۰ برابر با 101001.1011 در مبنای ۲ است

# نمایش اعداد اعشاری (مبنای ۸)

$$(736.4)_8 = 7 \times 8^2 + 3 \times 8^1 + 6 \times 8^0 + 4 \times 8^{-1} = (478.5)_{10}$$

$$(736.4)_8 = (111011110.100)_2$$

# نمایش اعداد علامت دار

- برای نمایش اعداد علامت دار سه روش وجود دارد:

۱- روش اندازه – علامت

۲- روش مکمل r-1

۳- روش مکمل r

r مبنای عدد است

# روش اندازه علامت

- در روش اندازه علامت، هر عدد بصورت علامت و قدرمطلق نشان داده می‌شود

مثال : (نمایش عدد ۱۴ و ۱۴- با ۸ بیت در مبنای ۲)

$$(+14)_{10} = (0\ 000\ 1110)_2$$

$$(-14)_{10} = (1\ 000\ 1110)_2$$

# روش مکمل r-1

- در روش مکمل r-1، برای مکمل کردن یک عدد هر رقم آن عدد از r-1 کسر می‌شود

مثال : (نمایش عدد ۱۴ و ۱۴- با ۸ بیت در مبنای ۲)

$$(+14)_{10} = (0\ 000\ 1110)_2$$

$$(-14)_{10} = (85)_{9\text{'s complement}}$$

$$= (1\ 111\ 0001)_{1\text{'s complement}}$$

# روش مکمل r

- در روش مکمل r، برای مکمل کردن یک عدد هر رقم آن عدد از r-1 کسر شده و در نهایت عدد با یک جمع می‌شود

مثال : (نمایش عدد ۱۴ و ۱۴- با ۸ بیت در مبنای ۲)

$$(+14)_{10} = (0\ 000\ 1110)_2$$

$$(-14)_{10} = (86)_{10\text{'s complement}}$$

$$= (1\ 111\ 0010)_{2\text{'s complement}}$$

# تفریق

- برای تفریق می توان عدد اول را با مکمل عدد دوم جمع کرد

$$A - B = A + (-B)$$

مثال : تفریق دو عدد مبنای ۱۰ با استفاده از مکمل ۱۰

$$72532 - 13250 = 72532 + (-13250)$$

مکمل ۱۰ $86750 = (-13250)$

$$72532 + (-13250)$$

$$= 72532 + (86750)$$

$$= 1\ 59282$$

از رقم آخر صرف نظر می‌شود، بنابر این

$$72532 - 13250 = 59282$$

# جمع دو عدد علامت دار (مکمل ۲)

- جمع دو عدد علامت دار (مکمل r) بصورت جمع معمولی دو عدد انجام می‌شود

مثال : جمع چند عدد مبنای ۲ (مکمل ۲)

```
  (+  6) 0000 0110        (-  6) 1111 1010
 +(+ 13) 0000 1101       +(+ 13) 0000 1101
------------------      --------------------
  (+ 19) 0001 0011        (+  7) 0000 0111

  (+  6) 0000 0110        (-  6) 1111 1010
 +(- 13) 1111 0011       +(- 13) 1111 0011
------------------      --------------------
  (-  7) 1111 1001        (- 19) 1110 1101
```

# سرریز (overflow)

- اگر مجموع دو عدد n رقمی، n+1 رقم داشته باشد، سرریز رخ می‌دهد

مثال: جمع دو عدد ۸ بیتی علامت دار

| بیت نقلی 10 | | بیت نقلی 01 | |
|---|---|---|---|
| (- 70) | 1011 1010 | (+ 70) | 0100 0110 |
| (- 80) | 1011 0000 | (+ 80) | 0101 0000 |
| | --- | | --- |
| (+106) | 0110 1010 | (- 106) | 1001 0110 |

$$\text{Overflow} = C_n \text{ XOR } C_{n-1}$$

# نمایش ممیز شناور (Floating Point)

- در روش ممیز شناور اعداد بصورت زیر نمایش داده می‌شوند

$$m \times r^{e}$$

که به r پایه، به m مانتیس و به e نما گفته می‌شود

در کامپیوتر پایه توان را 2 در نظر می‌گیرند

مانتیس را عددی بین صفر تا یک و توان را یک عدد مثبت یا منفی در نظر می‌گیرند

مثال:

$$m \times r^{e} = 0.1001110_2 \times 2^{+4} = 9.75_{10}$$

# نمایش BCD اعداد

- در روش BCD هر رقم مبنای ۱۰ با ۴ بیت نشان داده می‌شود

مثال:

$$(125)_{10} = (0001\ 0010\ 0101)_{BCD}$$

# کد اسکی (ASCII Code)

برای نمایش کاراکترها و حروف از کد استاندارد اسکی استفاده می‌شود

مثال:

کد اسکی A برابر 0100 0001 است

کد اسکی a برابر 0110 0001 است

کد اسکی استاندارد ۷ بیتی است

ولی امروزه معمولا برای کد اسکی از ۸ بیت استفاده می‌شود

# کد گری (Gray Code)

- در کد گری هر دو عدد متوالی فقط در یک بیت اختلاف دارند

کد گری ۴ بیتی

| کد گری | معادل دهدهی | | کد گری | معادل دهدهی |
|---|---|---|---|---|
| 0000 | 0 | | 1100 | 8 |
| 0001 | 1 | | 1101 | 9 |
| 0011 | 2 | | 1111 | 10 |
| 0010 | 3 | | 1110 | 11 |
| 0110 | 4 | | 1010 | 12 |
| 0111 | 5 | | 1011 | 13 |
| 0101 | 6 | | 1001 | 14 |
| 0100 | 7 | | 1000 | 15 |

# کد کشف خطا (Error Detection Code)

- در هنگام انتقال یا ذخیره سازی اطلاعات ممکن است اطلاعات خراب شوند برای کشف خطا، یک سری اطلاعات اضافی به اطلاعات اضافه می‌شود به کمک این اطلاعات اضافی می‌توان خطا را کشف یا حتی تصحیح کرد
- بیت توازن (Parity Bit)

ساده‌ترین روش استفاده از بیت توازن می‌باشد

در بیت توازن بیت‌های 1 شمارش شده و با اضافه کردن یک بیت توازن تعداد 1 را فرد (یا زوج) قرار می‌دهیم.

مثال: اگر داده 0111 باید ارسال شود و توازن زوج در نظر باشد، یک بیت توازن 1 همراه داده ارسال می‌شود

# بیت توازن

- جدول بیت توازن برای ۴ بیت داده
- ABCD داده های مورد نظر
- E بیت توازن زوج
- O بیت توازن فرد

| A | B | C | D | E | O |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |

# بیت توازن

- جدول کارنو برای بیت توازن زوج

$$E = A \oplus B \oplus C \oplus D$$